УДК 621.83

В.М. ГРИБАНОВ, д.т.н., проф., ВНУ им. В.Даля
Д.В. МАЛЫЙ, к.т.н., ВНУ им. В.Даля
Н.В. КЛИПАКОВ, асп., ВНУ им. В. Даля

ЗАДАЧА СРАВНИТЕЛЬНОГО МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО АНАЛИЗА ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С РАЗЛИЧНЫМИ ИСХОДНЫМИ КОНТУРАМИ

У статті розглянуті питання багатокритеріального зрівняльного аналізу зубчастих передач с різноманітними вихідними контурами

In clause questions multicriterian of the comparative analysis of tooth gearings with various initial contours are considered

Постановка проблемы. Повышение качества, надежности, экономичности и долговечности современных машин и механизмов непосредственно связано с совершенствованием входящих в их состав зубчатых передач и достигается за счет повышения их нагрузочной способности, улучшения гидродинамических характеристик и т.д. Данное обстоятельство объясняет большое количество работ посвященных синтезу новых передач и, в частности, новых исходных контуров [1-5]. В связи с этим, особую актуальность приобретает задача многокритериального сравнительного анализа, решение которой позволяет ответить на вопрос, какая передача является оптимальней (лучше) в тех или иных условиях эксплуатации.

Цель статьи. Целью данной статьи является решение задачи сравнительного анализа передач с различными исходными контурами по заданной системе критериев, отражающих влияние параметров передачи и, в первую очередь, геометрии исходных контуров на показатели их работоспособности

Основной материал.

С точки зрения геометрокинематического синтеза [2, 4], определяющим фактором при анализе существующих и проектировании новых зубчатых передач является их исходный контур. Поэтому, в дальнейшем, при проведении многокритериального сравнительного анализа исследуемых передач будем исходить из предположения о том, что все их характеристики, за исключением параметров исходного контура, совпадают.

Для того, чтобы иметь возможность сравнивать передачи с различными исходными контурами, т.е. отвечать на вопрос, какой из контуров

$$X_1,\ldots,X_K \rightarrow G(X_1),\ldots,G(X_K) \qquad (0)$$

среди множества $\{X_j\}, j=\overline{1,K}$ предпочтительней по совокупности показателей $G(X_j), j=\overline{1,K}$, необходимо иметь:

– числовые оценки (локальные) $\tilde{g}_{ij}, i=\overline{1,M}$ каждого входящего в состав вектора $G(X_j)$ критерия $g_i(X_j), i=\overline{1,M}$, соответствующие контуру X_j;

– числовую оценку (обобщенную) $\tilde{G}_j$ самого векторного критерия $G_j=G(X_j)$, характеризующего контур X_j по совокупности показателей $g_{ij}, i=\overline{1,M}$.

В результате появляется возможность выбора предпочтительного контура X^*, на множестве $\{X_j\}$, например, из условия

$$X^*=\arg\min \tilde{G}(X), \quad X\in\{X_j\}, \qquad (1)$$

если оптимизационная задача настроена на поиск минимума.

В качестве локальных оценок $\tilde{g}_i, i=\overline{1,M}$ критериев, не зависящих от угла поворота α_1 ведущего колеса передачи, могут быть взяты значения самих критериев, т.е. $\tilde{g}_i=g_i(X)$ [2]. Для критериев, являющихся функциями угла α_1, необходимо иметь усредненный показатель, оценивающий критерий на промежутке $[-\alpha_1^*,+\alpha_1^*]$ полного периода зацепления пары зубьев. Для арочных и шевронных зубчатых передач с учетом их симметрии такой оценкой может служить интегральная оценка на полушевроне

$$\tilde{g}_i=\frac{1}{\alpha_1^*}\int_0^{\alpha_1^*} g_i(\alpha_1)\,d\alpha_1. \qquad (2)$$

Заметим, что формула (2) остается справедливой и для критериев первого типа, так как при $g_i = const$ имеем $\tilde{g}_i = g_i$. Кроме того, верхний индекс «$\sim$» у числовых оценок $\tilde{g}$ и $\tilde{G}$ может быть опущен, так как в дальнейшем предполагается отождествлять критерии с их числовыми оценками.

Постановка задачи сравнительного анализа. Пусть задана некоторая совокупность $X_j, j=\overline{1,K}$ подлежащих анализу исходных контуров. Каждому исходному контуру X_j поставлен в соответствие вектор $G_j = G\ X_j$ с известными положительными значениями локальных критериев $g_{ij}, i=\overline{1,M}$, $j=\overline{1,K}$ и задана шкала весовых коэффициентов ξ_i, характеризующая степень значимости каждого из локальных критериев в их общей совокупности. Необходимо, на основании этих данных, представленных в таблице 1, осуществить выбор рационального исходного контура X^*. Для определенности, считаем задачу оптимального выбора настроенной на минимум, т.е. лучшим по тому или иному показателю будем считать тот вариант, у которого этот показатель меньше. В противном случае, путем замены g_i на $1/g_i$ - этого всегда можно добиться.

Таблица 2.2

ИК \ ЛК	X_1	X_2	$\dots$	X_K	$\bar{\xi}$	$\bar{g}^*$
g_1	g_{11}	g_{12}	$\dots$	g_{1K}	ξ_1	g_1^*
g_2	g_{21}	g_{22}	$\dots$	g_{2K}	ξ_2	g_2^*
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
g_M	g_{M1}	g_{M2}	$\dots$	g_{MK}	ξ_M	g_M^*
$\bar{G}$	G_1	G_2	$\dots$	G_K		

Для реализации процедуры выбора рационального решения $X \in X_j, j=\overline{1,K}$ осуществим нормировку элементов матрицы $G_{M\times K} = g_{ij}, i=\overline{1,M}, j=\overline{1,K}$ (табл. 1) посредством деления ее строк на минимальные элементы этих строк. Элементы полученной матрицы $\tilde{G}$ приведенных локальных оценок равны

$$\left\{\tilde{g}_{ij} = \frac{g_{ij}}{g_i^*},\ j=\overline{1,K},\quad где\ g_i^* = \min_{j=\overline{1,K}} g_{ij}\right\},\ i=\overline{1,M},\ j=\overline{1,K}. \qquad (3)$$

Тогда появляется возможность сравнивать решения X_j по одному (g_i-му) критерию, а именно: лучшим будет тот вариант $X^* = X_{j*}$, для которого:

$$j^* = \arg\min_{j=\overline{1,K}} \tilde{g}_{ij} \quad и \quad g_{ij*} = g_i^*. \qquad (4)$$

Степень приближения решения X_j к g_i-оптимальному X_{j*} при однокритериальном анализе оценивается приведенной разностью

$$\Delta\tilde{g}_{ij} = \frac{g_{ij} - g_{ij*}}{g_i^*} \geq 0,\ j=\overline{1,K}. \qquad (5)$$

Чем меньше этот показатель для исследуемого решения X_j, тем ближе само решение X_j к g_i-оптимальному X_{j*} и наоборот.

При многокритериальном сравнительном анализе стратегия поиска рационального решения во многом зависит от назначения весовых коэффициентов и алгоритма формирования обобщенной числовой оценки G_j векторного критерия $G\ X_j$ для j-го решения X_j. В простейшем случае такими оценками могут служить:

– либо сумма приведенных разностей (5), предварительно взвешенных весовыми коэффициентами ξ_i:

$$G_j = \sum_{i=1}^{M} \xi_i \left|\Delta\tilde{g}_{ij}\right| ; \qquad (6)$$

– либо сумма квадратов приведенных разностей (5), предварительно взвешенных весовыми коэффициентами ξ_i :

$$G_j = \sum_{i=1}^{M} \xi_i \ \Delta\tilde{g}_{ij}^{\ 2} . \qquad (7)$$

Последний вариант является аналогом целевой функции Z [2], задачи многокритериального синтеза исходного контура для характеристики близости проектного решения от желаемого.Действительно

$$G_j = \sum_{i=1}^{M} \xi_i \ \Delta\tilde{g}_{ij}^{\ 2} = \sum_{i=1}^{M} \xi_i \left[\frac{g_{ij}-g_i^*}{g_i^*}\right]^2 = \sum_{i=1}^{M} \left(\frac{1}{g_i^*}\right)^2 \cdot \xi_i \left[g_{ij}-g_i^*\right]^2 = \sum_{i=1}^{M} k_i \, \xi_i \left[g_{ij}-g_i^*\right]^2 = Z_j$$

При наличии множества G_j вычисленных по формуле (6) или (7) обобщенных оценок, характеризующих сравниваемые варианты решений X_j , рациональное решение X^* определяется простым поиском минимума на этом множестве:

$$X^* = X_{j^*}, \text{ где } j^* = \arg \min_{j=\overline{1,K}} G_j \ . \qquad (8)$$

Заметим, что, исходя из (7), (8), теоретически наилучшим вариантом будет решение X_{j^*}, для которого $g_{ij^*} = g_i^*$, $i=\overline{1,M}$ и $G_{j^*}=0$. Как отмечалось [2, 3], синтезировать исходный контур с такими параметрами невозможно из-за наличия дополнительных ограничений, налагаемых на X .

Если многокритериальному сравнительному анализу подвергаются только два варианта, например X_m и X_n , то их оценка посредством обобщенных показателей G_m, G_n может быть заменена одним комплексным критерием G_{mn} , который строится по принципу сравнения однотипных локальных оценок и представляет собой взвешенную сумму отношений g_{im}/g_{in} :

$$G_{mn} = \sum_{i=1}^{M} \xi_i \left(\frac{g_{im}}{g_{in}}\right). \qquad (9)$$

В этом случае вариант X_m будет предпочтительней варианта X_n , если $G_{mn}>1$, и наоборот.

Выводы. В статье представлена постановка и предложен алгоритм решения задачи многокритериального сравнительного анализа зубчатых передач.

Список литературы: 1. *Грибанов В.М.* Теоретические основы точности и разработка допусков зубчатых передач с зацеплением Новикова: Дис… д-ра техн. наук: 05.02.02. – М., 1989. – 410 с. 2. *Малый Д.В.* Повышение технического уровня арочных цилиндрических передач с зацеплением Новикова многокритериальным геометрокинематическим синтезом: Дис… канд. техн. наук: 05.02.02. – Луганск, 2004. – 285 с. 3. *Кучма Ю.В.* Повышение технического уровня зубчатых конических передач Новикова на основе многокритериальной оптимизации: Дис… канд. техн. наук: 05.02.02. – Луганск, 2001. – 222 с. 4. *Кучма Ю.В., Малый Д.В.* Задача и алгоритм решения многокритериального синтеза исходного контура зубчатой передачи Новикова // Вісник Східноукраїнського Національного Університету. – 2000. – №10(32) – С. 80-83. 5. *Грибанова Ю.В.* Многокритериальная оптимизация зубчатых цилиндрических передач Новикова: Дис… канд. техн. наук: 05.02.02. – Луганск, 2000. – 189 с.

Поступила в редакцию 20.04.2005